Chapitre 3 : Symétrie Axiale

Professeur : Ismail OUDAHA

Plan de cours

I - Médiatrice d'un segment :

I - Médiatrice d'un segment :

Activité :

I - Médiatrice d'un segment :

Activité :

1. On considère la figure ci-dessous, construis le point A' le symétrique du point A par rapport à O.

I - Médiatrice d'un segment :

Activité :

1. On considère la figure ci-dessous, construis le point A' le symétrique du point A par rapport à O.

I - Médiatrice d'un segment :

Activité :

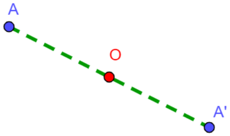
1. On considère la figure ci-dessous, construis le point A' le symétrique du point A par rapport à O.

2. Soit $[A, B]$ un segment tel que : $AB = 7\ cm$, tracer sa médiatrice (Δ).

Correction :

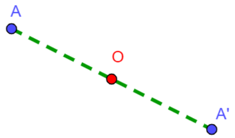
Correction :

1. le symétrique du point A :

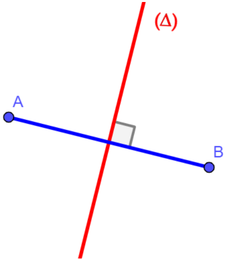


Correction :

1. le symétrique du point A :



2. La médiatrice du segment $[A, B]$:



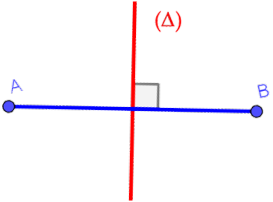
Définition :

Définition :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Définition :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.



Propriété :

Propriété :

Soit $[A, B]$ un segment, (Δ) sa médiatrice et M un point.

Propriété :

Soit $[A, B]$ un segment, (Δ) sa médiatrice et M un point.

- Si $M \in (\Delta)$, alors : $MA = MB$

Propriété :

Soit $[A, B]$ un segment, (Δ) sa médiatrice et M un point.

- Si $M \in (\Delta)$, alors : $MA = MB$

- Si $MA = MB$, alors : $M \in (\Delta)$

Propriété :

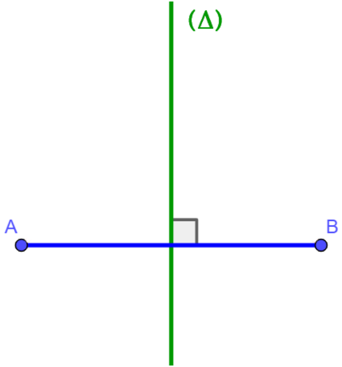
Soit $[A, B]$ un segment, (Δ) sa médiatrice et M un point.

- Si $M \in (\Delta)$, alors : $MA = MB$
- Si $MA = MB$, alors : $M \in (\Delta)$

Propriétés :

Soit $[A, B]$ un segment, (Δ) sa médiatrice et M un point.

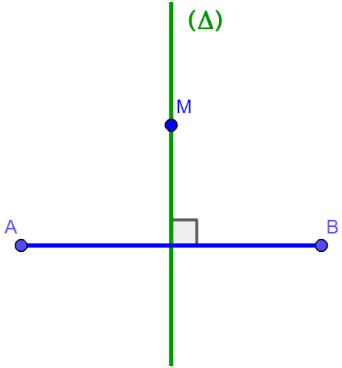
- Si $M \in (\Delta)$, alors : $MA = MB$
- Si $MA = MB$, alors : $M \in (\Delta)$



Propriétés :

Soit $[A, B]$ un segment, (Δ) sa médiatrice et M un point.

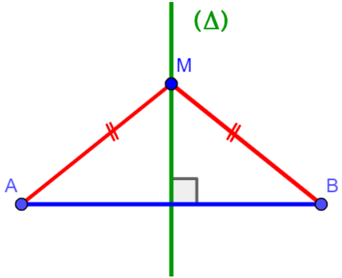
- Si $M \in (\Delta)$, alors : $MA = MB$
- Si $MA = MB$, alors : $M \in (\Delta)$



Propriétés :

Soit $[A, B]$ un segment, (Δ) sa médiatrice et M un point.

- Si $M \in (\Delta)$, alors : $MA = MB$
- Si $MA = MB$, alors : $M \in (\Delta)$



II - Symétrique d'un point :

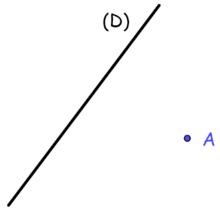
II - Symétrique d'un point :

Activité :

II - Symétrique d'un point :

Activité :

On considère la figure suivante :



1. Tracer une droite (Δ) qui passe par le point A et qui est perpendiculaire à la droite (D).

2. Construire le point A' tel que la droite (D) soit la médiatrice du segment $[AA']$.
   Le point A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (D).

Définition :

Définition :

Soit (Δ) une droite et soit M un point du plan. Le symétrique du point M par rapport à la droite (Δ) est le point M' tel que (Δ) est la médiatrice du segment $[MM']$.

Définition :

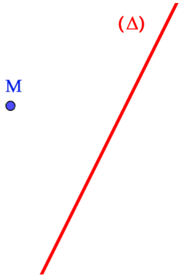
Soit (Δ) une droite et soit M un point du plan. Le symétrique du point M par rapport à la droite (Δ) est le point M' tel que (Δ) est la médiatrice du segment $[MM']$.

Exemple :

Définition :

Soit (Δ) une droite et soit M un point du plan. Le symétrique du point M par rapport à la droite (Δ) est le point M' tel que (Δ) est la médiatrice du segment $[MM']$.

Exemple :

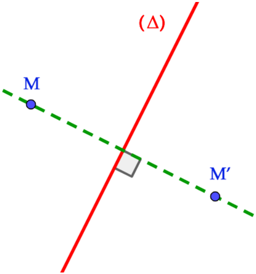


II - Symétrique d'un point :

Définition :

Soit (Δ) une droite et soit M un point du plan. Le symétrique du point M par rapport à la droite (Δ) est le point M' tel que (Δ) est la médiatrice du segment $[MM']$.

Exemple :

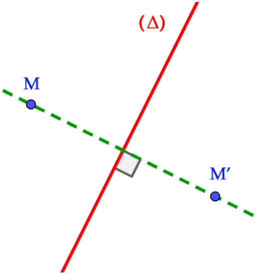


II - Symétrique d'un point :

Définition :

Soit (Δ) une droite et soit M un point du plan. Le symétrique du point M par rapport à la droite (Δ) est le point M' tel que (Δ) est la médiatrice du segment $[MM']$.

Exemple :



M' est le symétrique du point M par rapport à la droite (Δ).

Remarque :

Remarque :

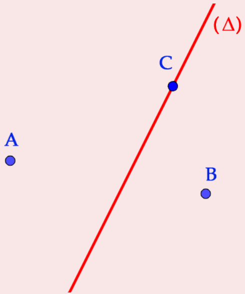
Si un point $A \in (\Delta)$, alors ce point est le symétrique de lui-même par rapport à (Δ).

Remarque :

Si un point $A \in (\Delta)$, alors ce point est le symétrique de lui-même par rapport à (Δ).

Application 1 :

On considère la figure ci-dessous, construis A', B' et C' les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à (Δ).



Application 2 :

ABC est un triangle rectangle en A.

1. Construire E le symétrique du point B par rapport au point A.
2. Montrer que le point E est le symétrique du point B par rapport à la droite (AC).

III - Symétriques des figures usuelles :

III - Symétriques des figures usuelles :

1) - Symétrique d'un segment :

III - Symétriques des figures usuelles :

1) - Symétrique d'un segment :

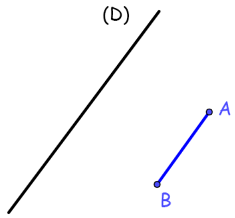
Activité :

III - Symétriques des figures usuelles :

1) - Symétrique d'un segment :

Activité :

On considère la figure suivante :



1. Construire les points A' et B' tel les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (D).

2. Comparer les distances AB et $A'B'$.

Propriété :

Propriété :

Soit (Δ) une droite et soit $[AB]$ un segment.

Propriété :

Soit (Δ) une droite et soit $[AB]$ un segment.

Si A' et B' les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à (Δ) est le segment $[A'B']$.

Propriété :

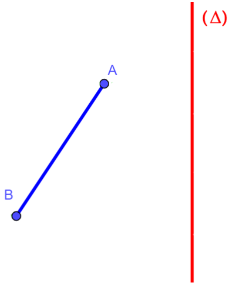
Soit (Δ) une droite et soit $[AB]$ un segment.

Si A' et B' les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à (Δ) est le segment $[A'B']$.

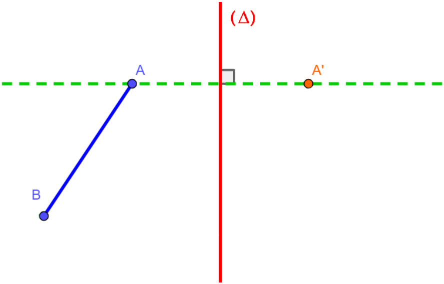
On a : $A'B' = AB$, on dit que la symétrie axiale **conserve les longueurs**.

Exemple :

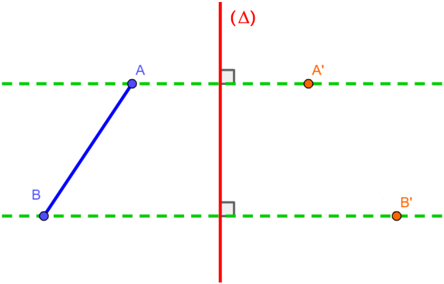
Exemple :



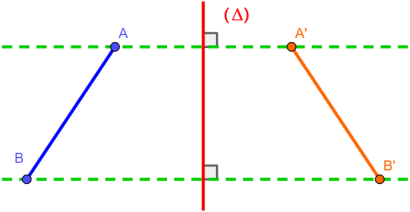
Exemple :



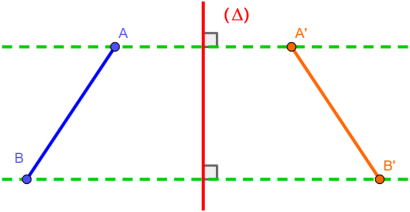
Exemple :



Exemple :

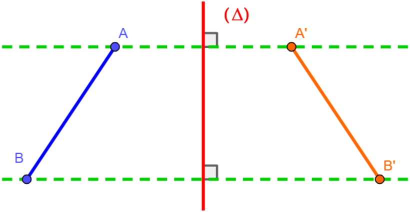


Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

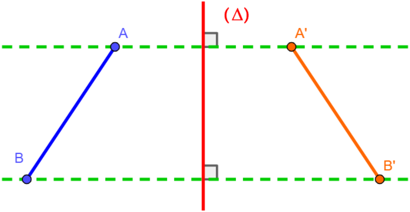
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.

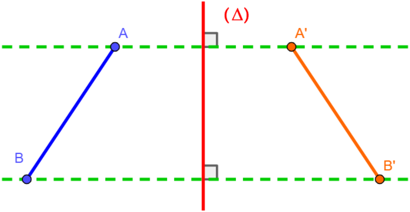
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- B' est le symétrique du point B.

Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- B' est le symétrique du point B.

alors, $[A'B']$ est le symétrique du segment $[AB]$.

Application :

ABC un triangle rectangle en A tel que : $AB = 4\ cm$

1. Construis A' le symétrique du point A par rapport à la droite (BC).
2. Calculer en justifiant votre réponse la distance $A'B$?

2) - Symétrique d'une droite :

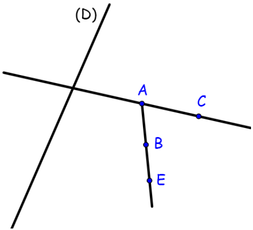
2) - Symétrique d'une droite :

Activité :

2) - Symétrique d'une droite :

Activité :

On considère la figure suivante :



1. Construire les points A' , B', C' et E' les symétriques respectifs des points A, B, C et E par rapport à la droite (D).
2. Déterminer le symétrique de la droite (AC) par rapport à (D).
3. Déterminer le symétrique de la demi-droite $[AB)$ rapport à(D).
4. Que remarquez-vous à propos des points A, B et E ?
5. Que remarquez-vous à propos des points A', B' et E' ?
6. Que peut-on déduire ?

Propriété :

Propriété :

Soient (Δ) et (AB) deux droites.

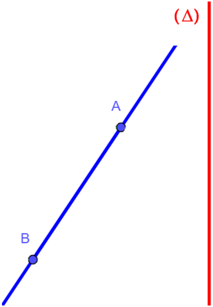
Propriété :

Soient (Δ) et (AB) deux droites.

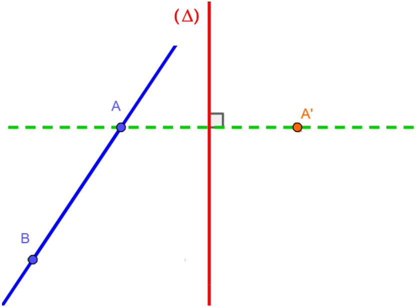
Si A' et B' les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique de la droite (AB) par rapport à (Δ) est la droite $(A'B')$.

Exemple :

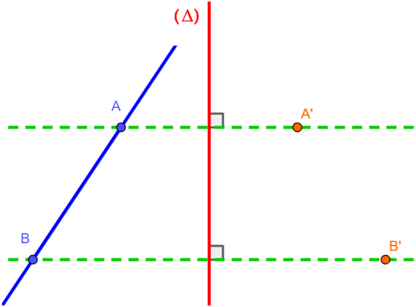
Exemple :



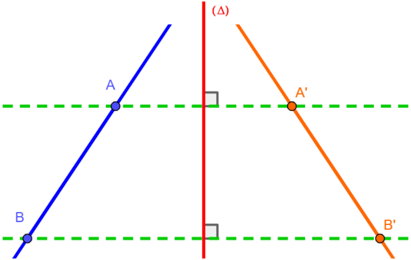
Exemple :



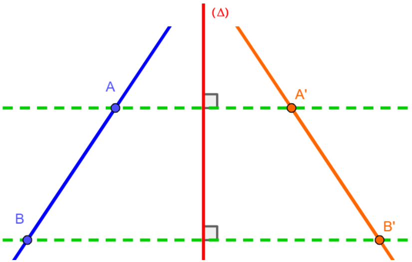
Exemple :



Exemple :

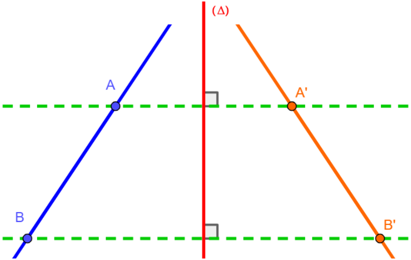


Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

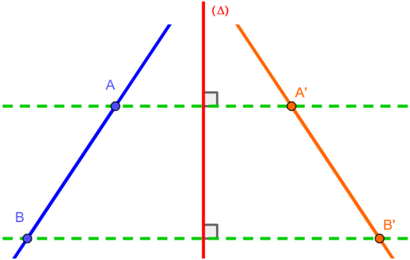
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.

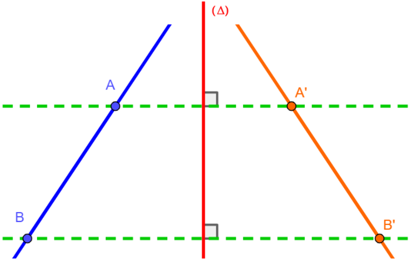
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- B' est le symétrique du point B.

Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- B' est le symétrique du point B.

alors, $(A'B')$ est le symétrique de la droite (AB).

3) - Symétrique d'une demi-droite :

3) - Symétrique d'une demi-droite :

Propriété :

3) - Symétrique d'une demi-droite :

Propriété :

Soient (Δ) une droite et $[AB)$ une demi-droite.

3) - Symétrique d'une demi-droite :

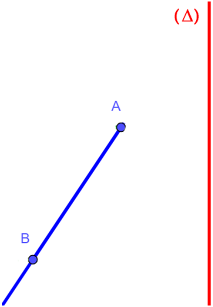
Propriété :

Soient (Δ) une droite et $[AB)$ une demi-droite.

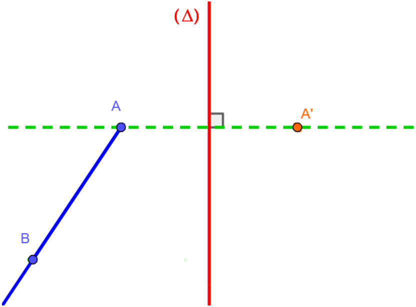
Si A' et B' les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport à (Δ) est la demi-droite $[A'B')$.

Exemple :

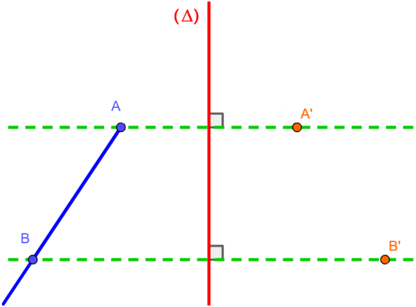
Exemple :



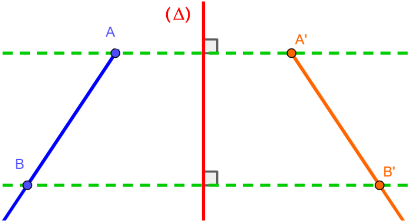
Exemple :



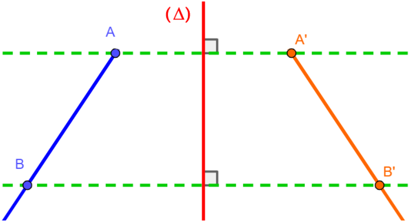
Exemple :



Exemple :

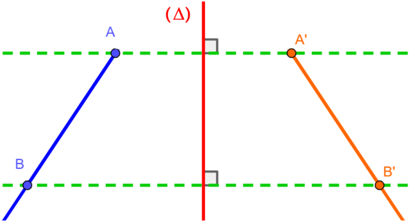


Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

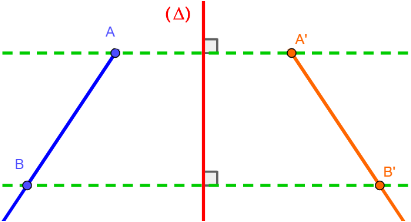
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.

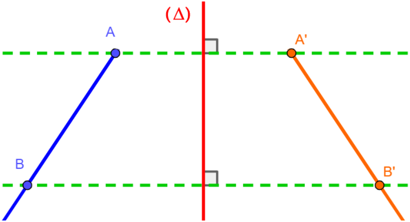
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- B' est le symétrique du point B.

Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- B' est le symétrique du point B.

alors, $[A'B')$ est le symétrique de la demi-droite $[AB)$.

Application :

Soit ABC un triangle.

1. Construis A' le symétrique du point A par rapport à la droite (BC).
2. Quel est le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (BC) ? justifier votre réponse ?

4) - Conservation de l'alignement des points :

4) - Conservation de l'alignement des points :

Propriété :

4) - Conservation de l'alignement des points :

Propriété :

Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont des points alignés. On dit que la symétrie axiale **conserve l'alignement des points**.

4) - Conservation de l'alignement des points :

Propriété :

Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont des points alignés. On dit que la symétrie axiale **conserve l'alignement des points**.

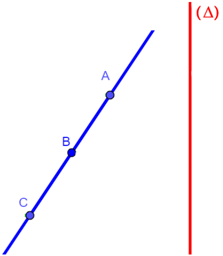
Exemple :

4) - Conservation de l'alignement des points :

Propriété :

Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont des points alignés. On dit que la symétrie axiale **conserve l'alignement des points**.

Exemple :

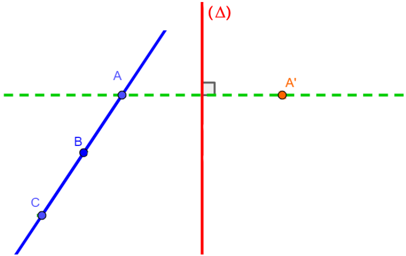


4) - Conservation de l'alignement des points :

Propriété :

Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont des points alignés. On dit que la symétrie axiale **conserve l'alignement des points**.

Exemple :

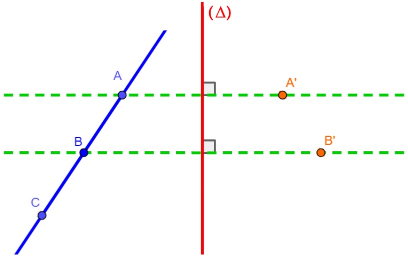


4) - Conservation de l'alignement des points :

Propriété :

Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont des points alignés. On dit que la symétrie axiale **conserve l'alignement des points**.

Exemple :

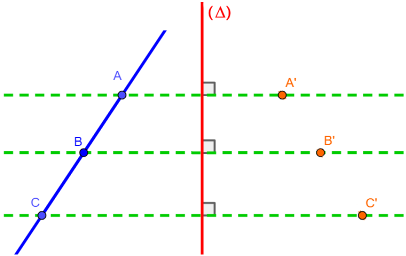


4) - Conservation de l'alignement des points :

Propriété :

Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont des points alignés. On dit que la symétrie axiale **conserve l'alignement des points**.

Exemple :

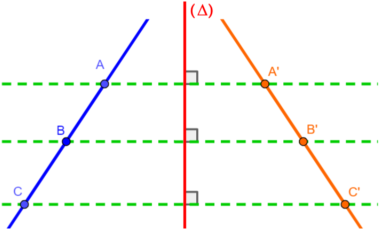


4) - Conservation de l'alignement des points :

Propriété :

Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont des points alignés. On dit que la symétrie axiale **conserve l'alignement des points**.

Exemple :



Application :

$ABCD$ un parallélogramme de centre O.

1. Construire les points B' et O' les symétriques respectifs des points B et O par rapport à la droite (DC).
2. Montrer que les points B', O' et D sont alignés.

5) - Symétrique d'un angle :

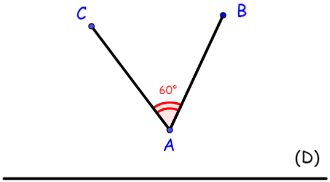
5) - Symétrique d'un angle :

Activité :

5) - Symétrique d'un angle :

Activité :

On considère la figure suivante :



1. Construire les points A' , B' et C' les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à la droite (D).
2. Déterminer les symétriques des demi-droites $[AB)$ et $[AC)$ par rapport à la droite (D).
3. Conclure le symétrique de l'angle $B\widehat{A}C$ par rapport à la droite (D).
4. Comparer la mesure des angles $B\widehat{A}C$
5. Que peut-on déduire ?

Propriété :

Propriété :

Soit (Δ) une droite et soit $A\widehat{O}B$ un angle.

Propriété :

Soit (Δ) une droite et soit $A\widehat{O}B$ un angle.

Si A', B' et O' les symétriques respectifs des points A, B et O par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique du l'angle $A\widehat{O}B$ par rapport à (Δ) est l'angle $A'\widehat{O'}B'$.

Propriété :

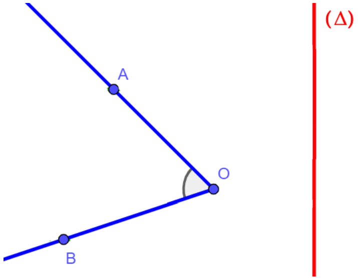
Soit (Δ) une droite et soit $A\widehat{O}B$ un angle.

Si A', B' et O' les symétriques respectifs des points A, B et O par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique du l'angle $A\widehat{O}B$ par rapport à (Δ) est l'angle $A'\widehat{O'}B'$.

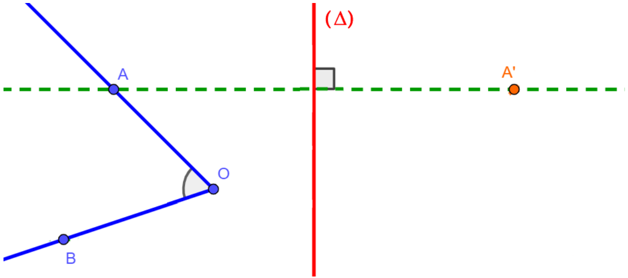
On a : $A\widehat{O}B = A'\widehat{O'}B'$, on dit que la symétrie axiale **conserve la mesure d'angles**.

Exemple :

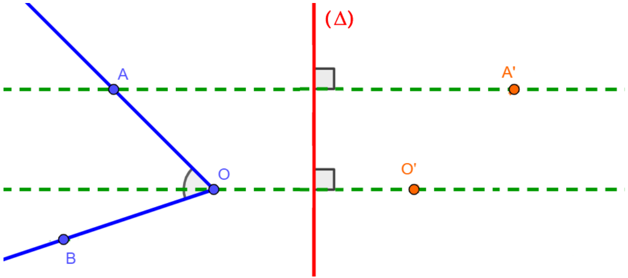
Exemple :



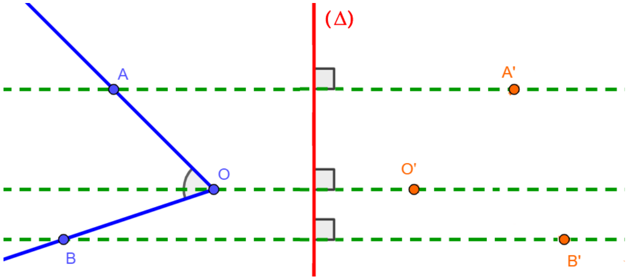
Exemple :



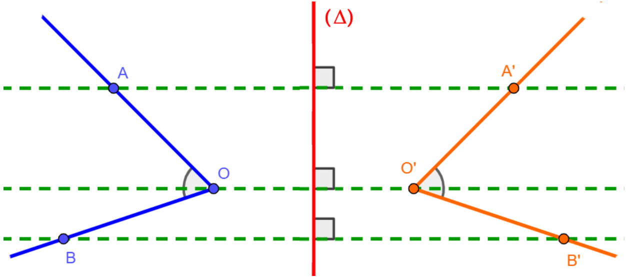
Exemple :



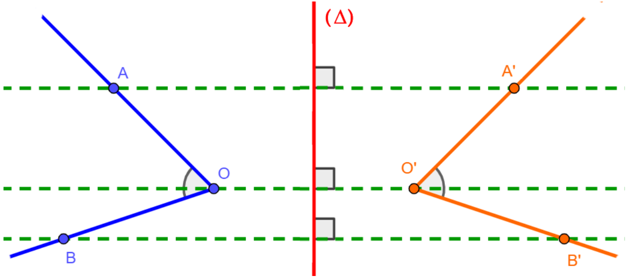
Exemple :



Exemple :

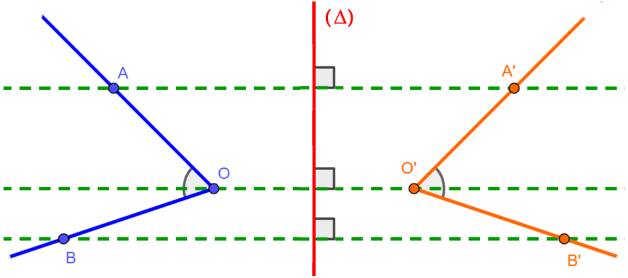


Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

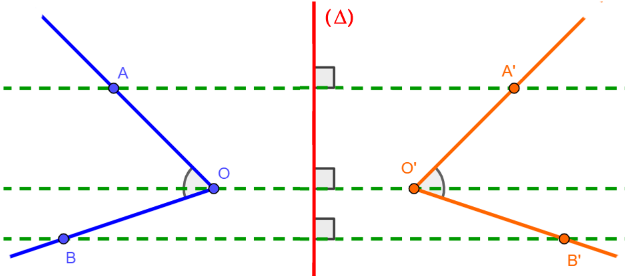
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.

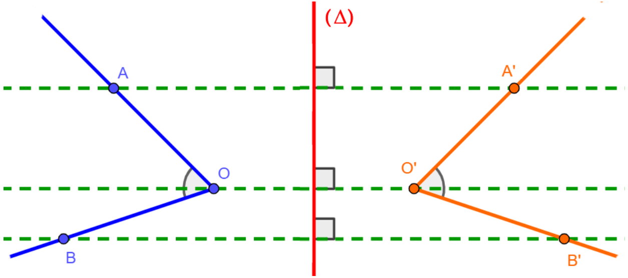
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- O' est le symétrique du point O.

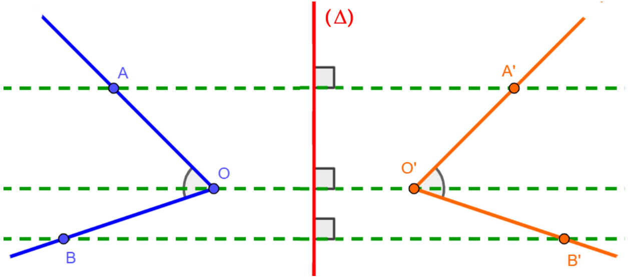
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- O' est le symétrique du point O.
- B' est le symétrique du point B.

Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- O' est le symétrique du point O.
- B' est le symétrique du point B.

alors, $A'\widehat{O'}B'$ est le symétrique de l'angle $A\widehat{O}B$.

Application :

ABC un triangle tel que :

$$AB = 3\ cm \quad ; \quad AC = 5\ cm \quad et \quad \widehat{BAC} = 60^\circ$$

Soit M le milieu du segment $[AC]$.

1. Construire les points E et F les symétriques respectifs des points A et C par rapport à la droite (BM).
2. Calculer en justifiant votre réponse les distances EF et BE.
3. Quelle est la mesure du l'angle $\widehat{BEF}$? justifier votre réponse ?

6) - Symétrique d'un cercle :

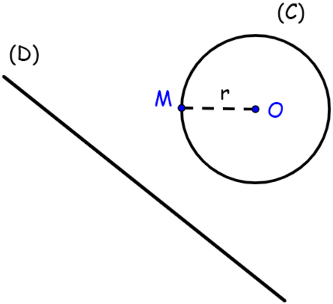
6) - Symétrique d'un cercle :

Activité :

6) - Symétrique d'un cercle :

Activité :

On considère la figure suivante :



1. Construire les points O' et M' les symétriques respectifs des points O et M par rapport à la droite (D).
2. Tracer le cercle $(\mathcal{C}')$ de centre O' et qui passe par le point M'.

Propriété :

Propriété :

Soit (Δ) une droite et soit $(\mathcal{C})$ un cercle du centre O et de rayon r.

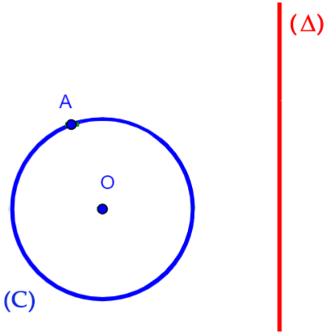
Propriété :

Soit (Δ) une droite et soit $(\mathcal{C})$ un cercle du centre O et de rayon r.

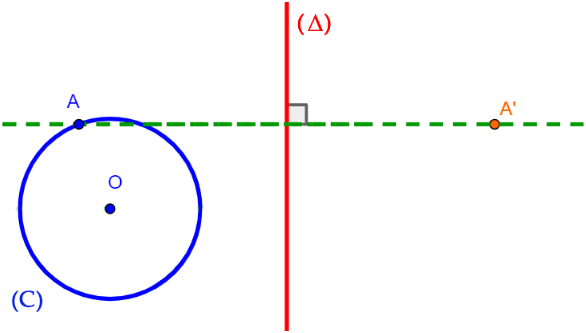
Si O' est le symétrique du point O par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique du cercle $(\mathcal{C})$ par rapport à (Δ) est le cercle $(\mathcal{C}')$ de centre O' et de rayon r.

Exemple :

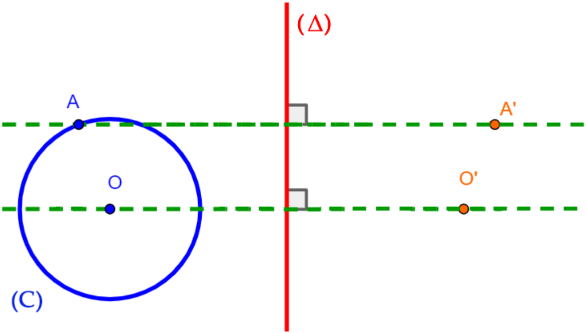
Exemple :



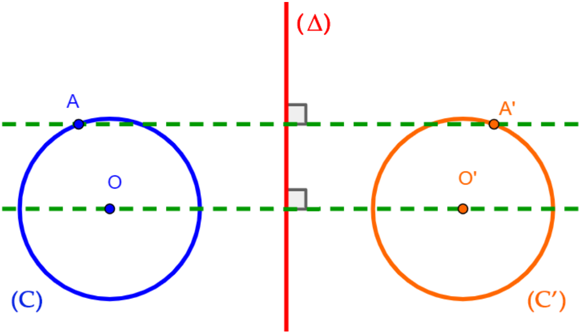
Exemple :



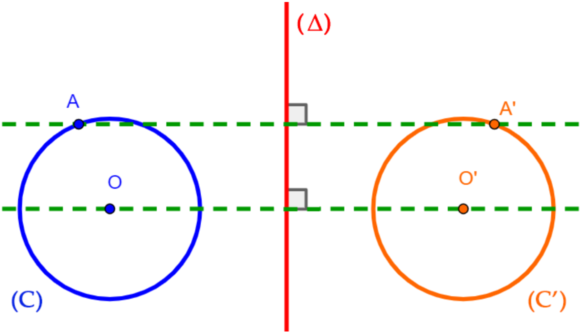
Exemple :



Exemple :

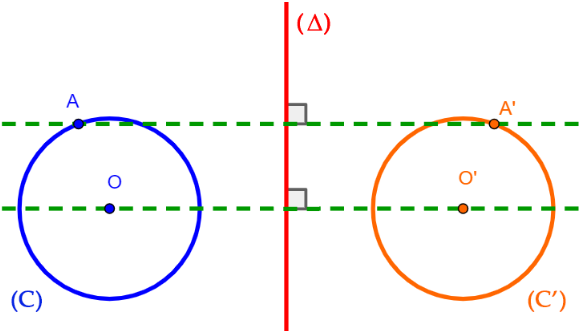


Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

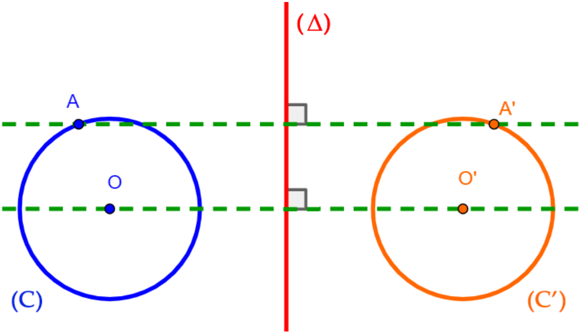
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.

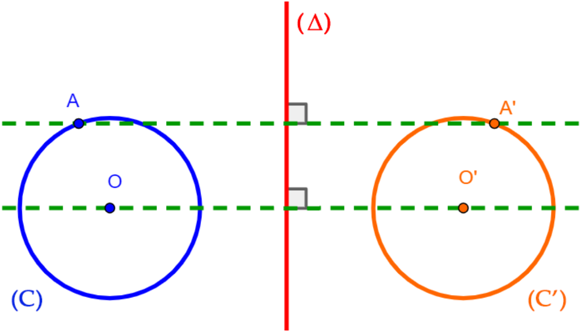
Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- O' est le symétrique du point O.

Exemple :



Par rapport à (Δ), on a :

- A' est le symétrique du point A.
- O' est le symétrique du point O.

alors, $\mathcal{C}'(O', r)$ est le symétrique de cercle $\mathcal{C}(O, r)$.

Application :

$\mathcal{C}(O, r)$ et $\mathcal{C}'(O', r)$ deux cercles de même rayon et ne sont pas sécante.
Soit (Δ) la médiatrice du segment $[OO']$.
Soit M un point du cercle $(\mathcal{C})$ tel que la demi-droite $[OM)$ coupe (Δ) en I.
Soit M' le point d'intersection de la droite $(O'I)$ et du cercle $(\mathcal{C}')$.

1. Construire une figure convenable.
2. Quel le symétrique du cercle $(\mathcal{C})$ par rapport à la droite (Δ) ?
3. Montrer que M' est le symétrique de M par rapport à la droite (Δ).